

# Variations à partir d'un oiseau en origami

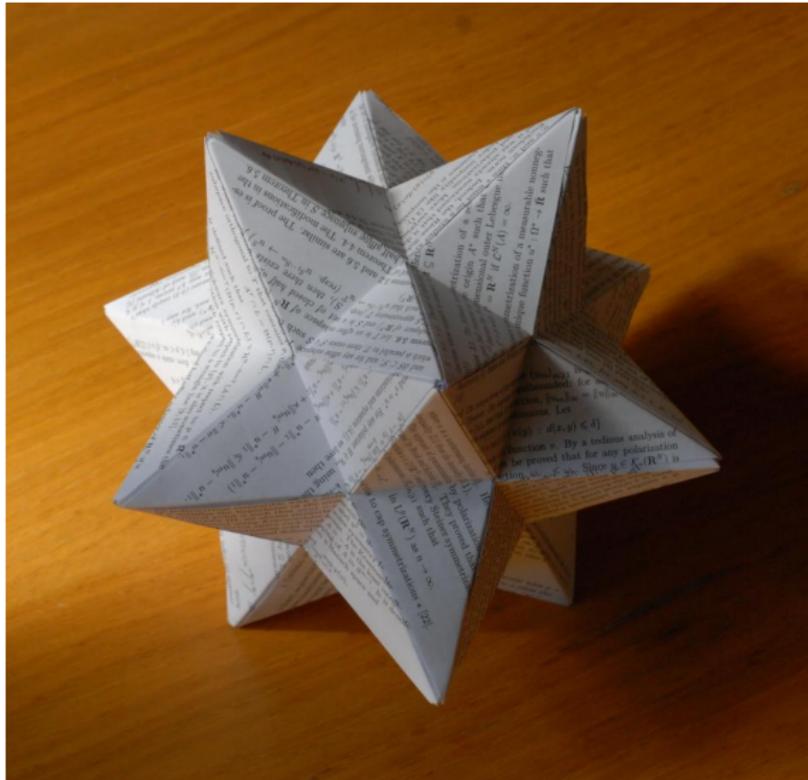
Laure Ninove, Isabelle Wettendorff,  
Évelyne David, Mady Frémal, Renée Gossez



Groupe  
d'Enseignement  
Mathématique

Joint VVWL-BMS-SBPMef  
conference of mathematics

Bruxelles, 27 mai 2017



## Plan

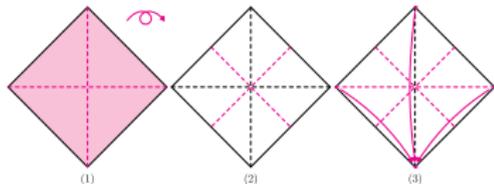
- Oiseau avec une feuille carrée
- Quelle feuille pour d'autres oiseaux  
avec des ailes plus courtes ou plus longues  
avec cou et queue asymétriques ?
- Caractéristiques mathématiques d'un pliage « réussi »  
Point de Loiseau
- Étude des quadrilatères convexes  
qui permettent un tel pliage
- En guise de conclusion

Origine : Justin & Tougne

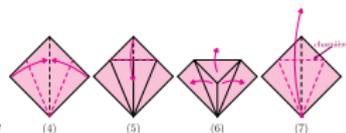




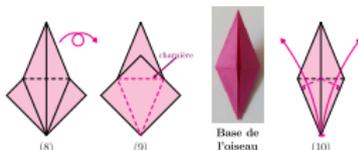
L'oiseau en origami



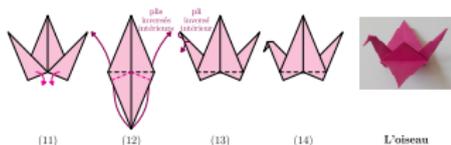
Base préliminaire



Pli pétale



Base de l'oiseau



L'oiseau



L'oiseau en origami

- (1) Plier selon les deux diagonales du carré.  
Ensuite, rattraper la feuille de papier.
- (2) Plier selon les deux médianes du carré.
- (3) Ensuite, ramener trois sommets (les deux sommets latéraux et le sommet du haut) sur le quatrième sommet (le sommet du bas), en utilisant les plis faits aux étapes précédentes.  
On obtient un carré à plusieurs couches. Il est appelé la **base préliminaire** en origami.
- (4) Plier selon les bissectrices des deux angles de sommet ouvert (le sommet du bas).
- (5) Ensuite, plier selon l'hypoténuse du triangle rectangle isocèle (triangle du haut).
- (6) Déplier les deux dernières étapes.
- (7) Effectuer maintenant un **pli pétale** : soulever une couche de papier vers le haut, en utilisant le pli indiqué par la flèche comme charnière, et en inversant les deux autres plis de la couche supérieure.  
Amener le sommet à plat sur la table. Les côtés vont se rapprocher vers le centre. Aplatir.
- (8) Retourner la feuille de papier.
- (9) Maintenant, réaliser le même pli pétale sur cette face.  
On obtient un losange, appelé **base de l'oiseau** en origami.
- (10) Plier les deux volets triangulaires du bas vers le haut, selon la hauteur relative à l'hypoténuse de chaque triangle. (Ces volets deviendront la tête et la queue de l'oiseau.)
- (11) Bien marquer les plis. Ensuite, déplier.
- (12) Maintenant, replier selon ces derniers plis, mais cette fois-ci en faisant un **pli inversé intérieur** entre les deux couches.
- (13) Enfin, faire un **pli inversé intérieur** pour la tête (la position de ce pli n'est pas déterminée précisément).
- (14) L'oiseau est fini! Il est connu sous le nom de *l'oiseau qui bat des ailes*.

Réalisation  
GEM Origami

Liens utiles

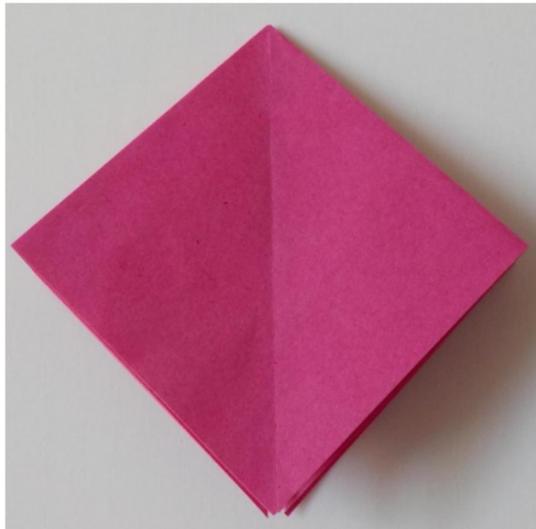
Groupe d'Enseignement Mathématique - <http://www.gem-math.be/>  
<https://www.youtube.com/channel/UCAsaasanyIEef29x4GisLDb>

OrigamiMaths - <http://origami-maths.blogspot.be/>

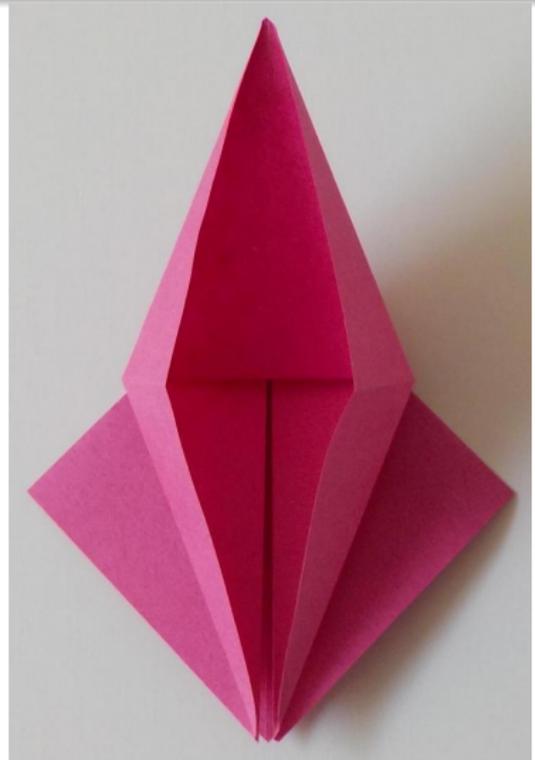
<https://www.facebook.com/OrigamiMaths/>

Revue Losanges de la SBPMef, n° 35 et 36 - <http://www.sbpm.be/losanges/>

Mars 2017



**Base préliminaire**



**Pli pétale**

## Pliage d'un oiseau avec des ailes proportionnellement plus courtes ou plus longues

- à partir d'un autre quadrilatère
- en réinterprétant le moins possible les consignes de pliage

... en vue de caractériser un pliage « réussi ».



Expérimentation en classe de  
1<sup>ère</sup> année du secondaire



Expérimentation en classe de  
1<sup>ère</sup> année du secondaire

- Rectangle
- Losange

## Dans un rectangle

On obtient une base préliminaire.

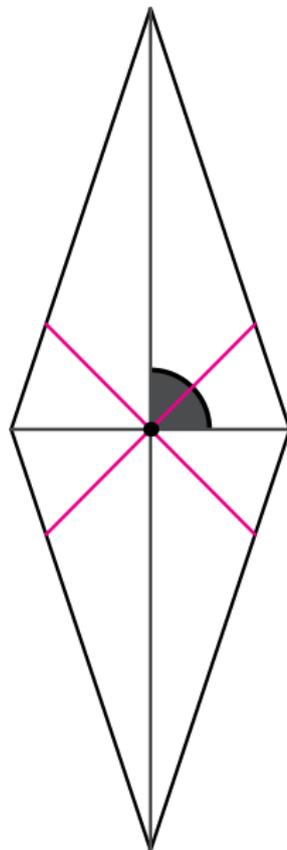
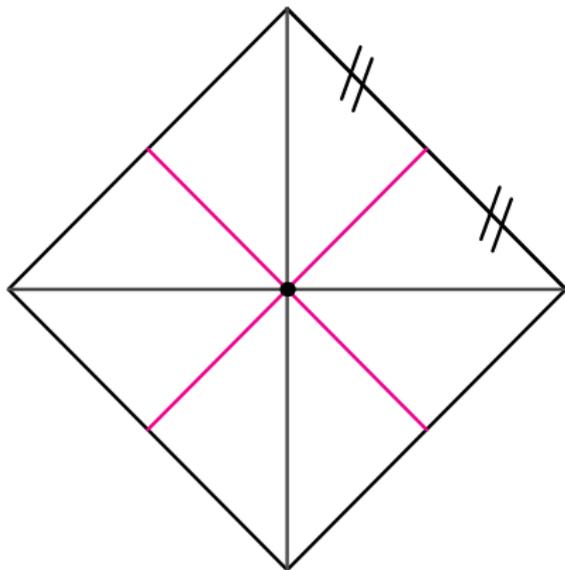
Mais il est ensuite impossible d'aplatir le pli pétale sans faire de nouveaux plis.



## Dans un losange



Les « pointes » devraient être alignées.



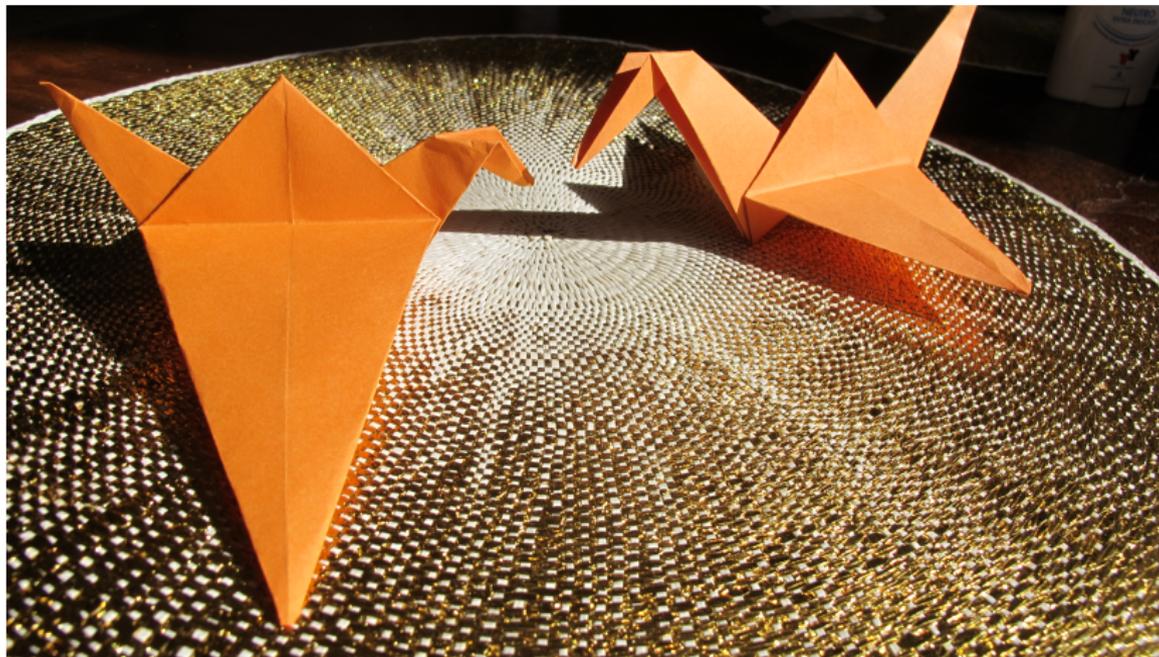
## Losange : plis pétales

Ailes longues

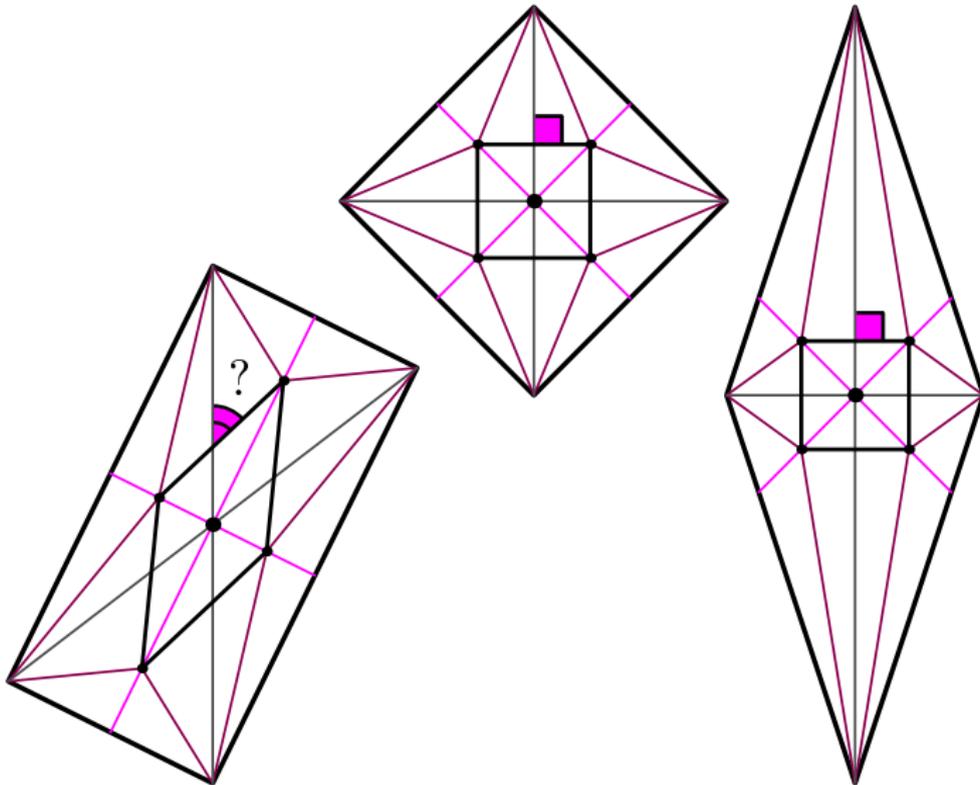


Ailes courtes





Oiseaux pliés dans un losange dont les sommets sont milieu des côtés d'une feuille A4.



## Pliage d'un oiseau avec un cou et une queue de longueurs différentes

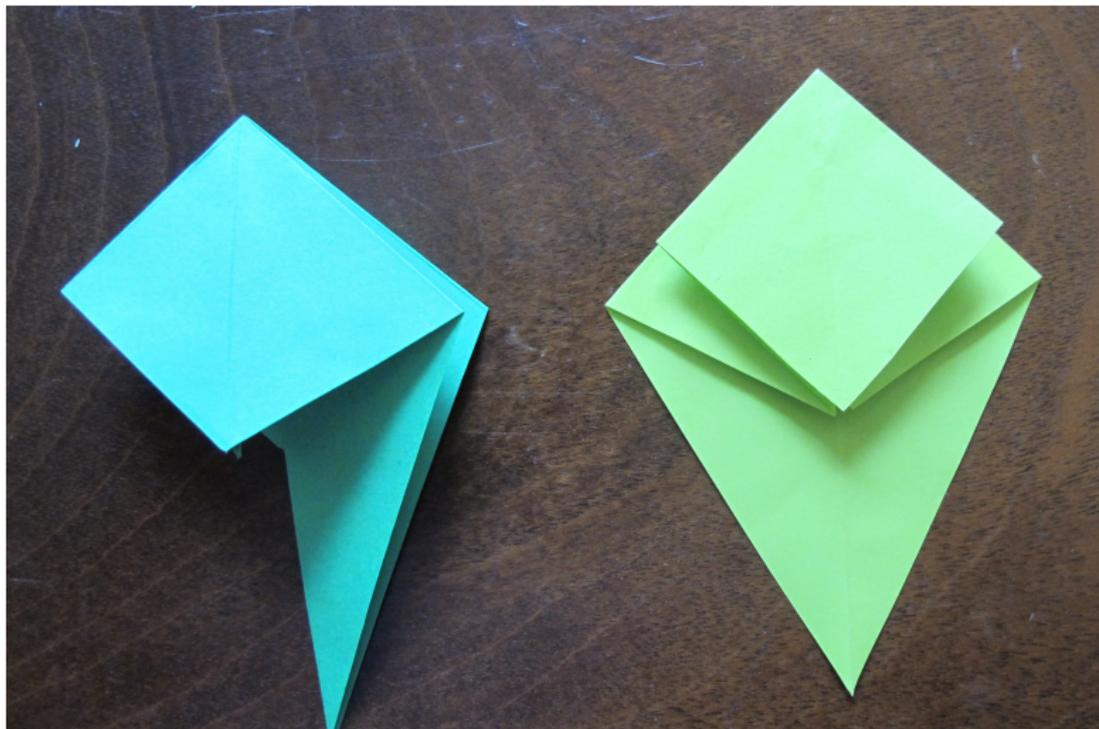
- à partir d'un nouveau quadrilatère,
- toujours en réinterprétant le moins possible les consignes de pliage

... en vue de caractériser un pliage « réussi ».

## Cerf-volant : base préliminaire

Ailes symétriques

Ailes dissymétriques



## Cerf-volant : plis pétales

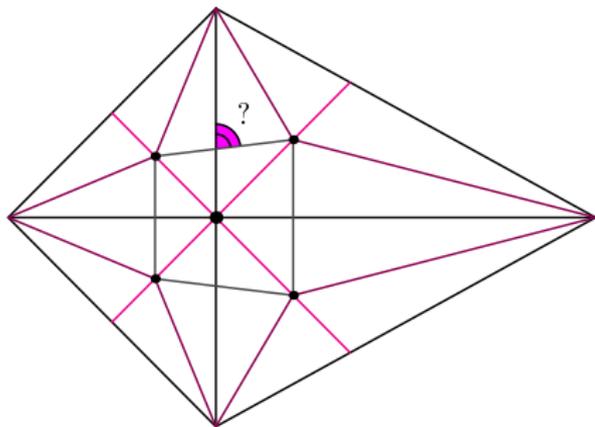
Ailes symétriques



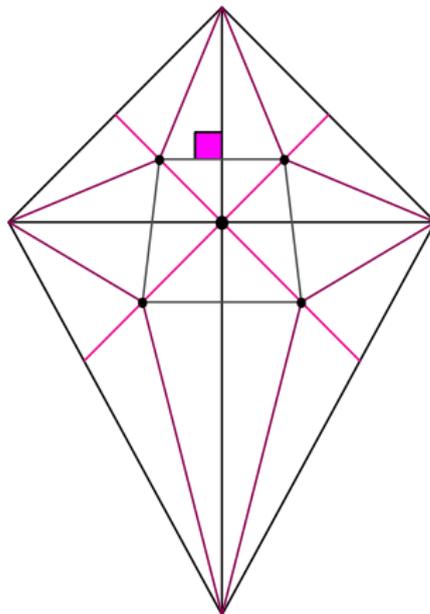
Ailes dissymétriques



### Ailes symétriques



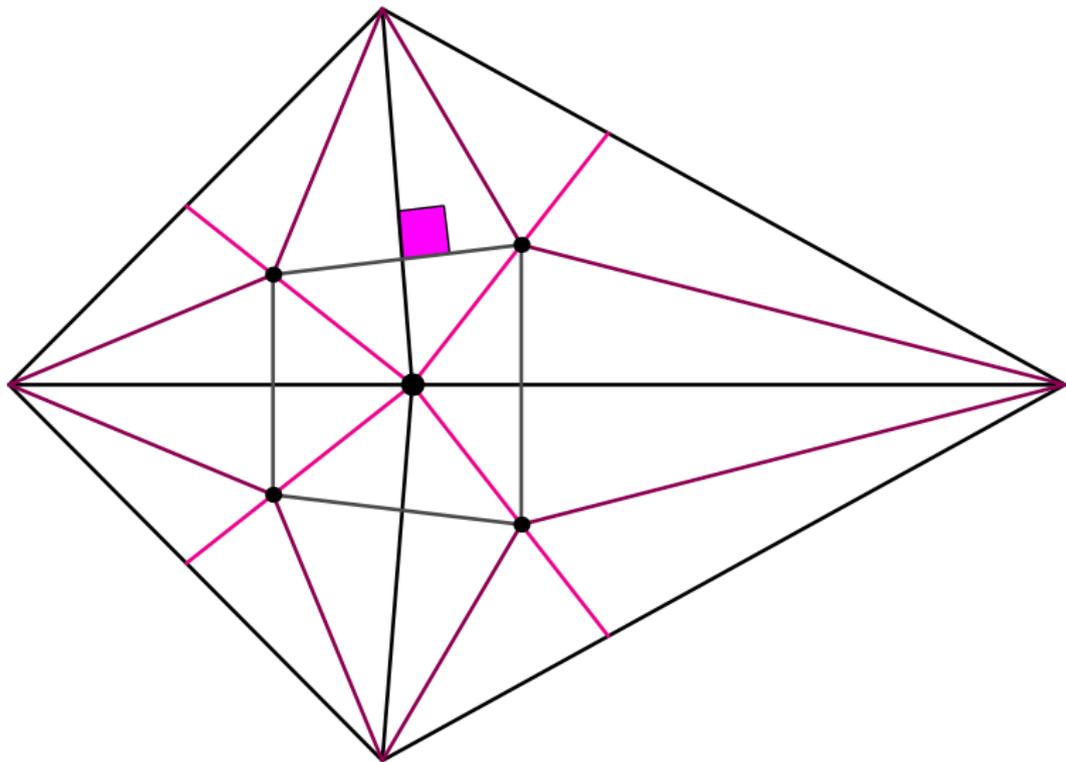
### Ailes dissymétriques

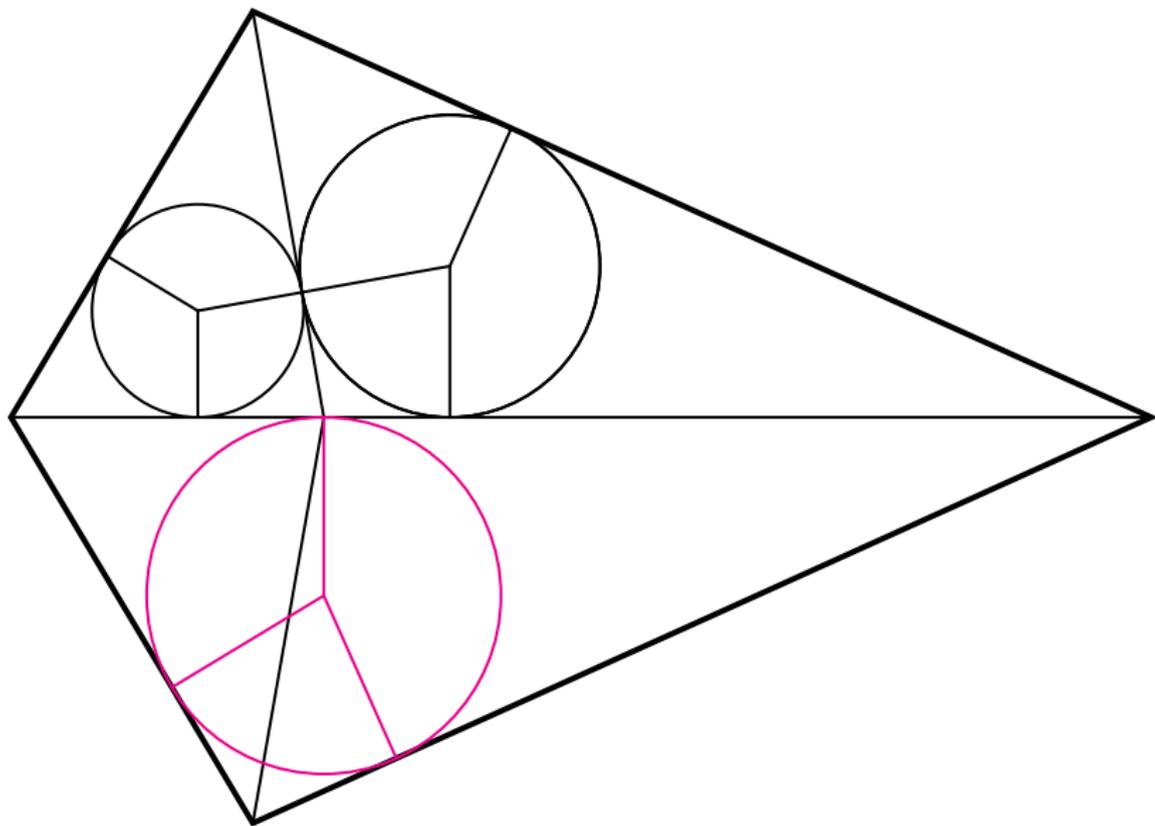


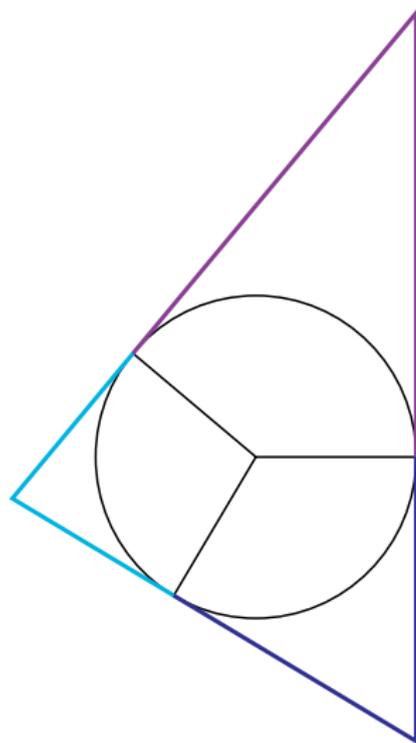
## Avec un cerf-volant

Et si on se permet de ne pas démarrer avec l'intersection des deux diagonales . . .

Exploration avec GeoGebra





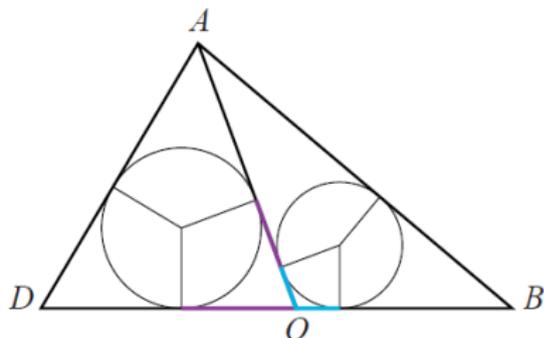


## Propriété du triangle

La distance d'un sommet aux points de contact du cercle inscrit avec les côtés dont ce sommet est extrémité vaut le demi-périmètre du triangle diminué de la longueur du côté opposé à ce sommet.

On va imposer à  $O$ , sur l'axe de symétrie  $BD$  du cerf-volant, que

$$p_{OAD} - |AD| = p_{OAB} - |AB|$$



$$\frac{|OA| + |AD| + |DO|}{2} - |AD| = \frac{|OA| + |AB| + |BO|}{2} - |AB|$$

$$\Leftrightarrow |OA| - |AD| + |DO| = |OA| - |AB| + |BO|$$

$$\Leftrightarrow -|AD| + |DO| = -|AB| + |BO|$$

$$\Leftrightarrow |DO| = |AD| - |AB| + (|BD| - |DO|)$$

$$\Leftrightarrow |DO| = \frac{|AD| - |AB| + |BD|}{2}$$

$$\text{et } |DO| = \frac{|AD| + |AB| + |BD|}{2} - |AB| = p_{ABD} - |AB|$$

$O$  est point de contact du cercle inscrit à  $ABD$  avec  $[BD]$ .

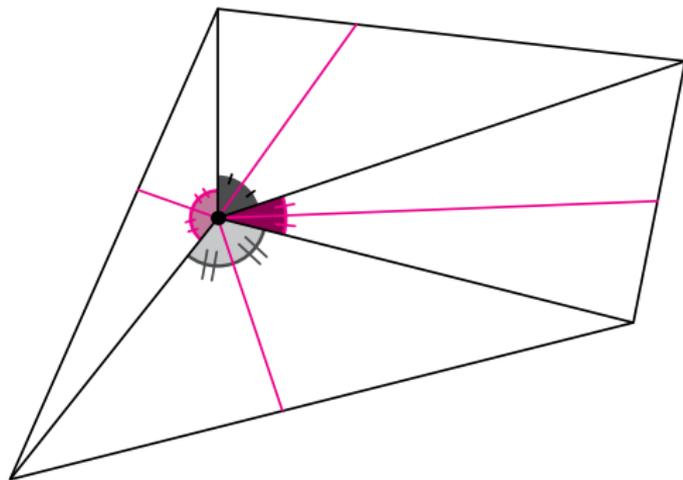
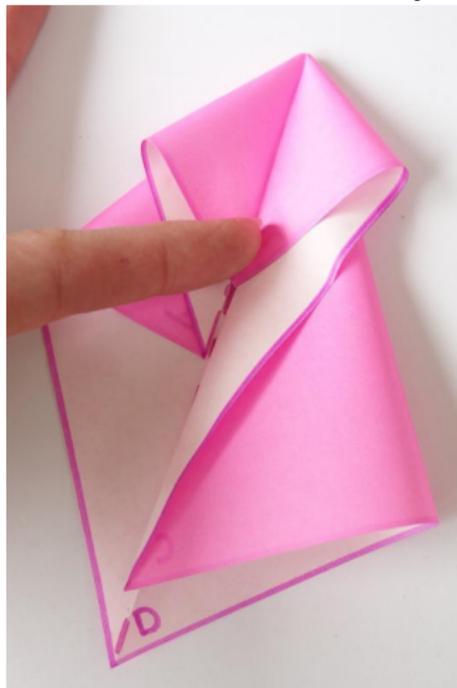
## Généralisation

Choix du point O, dit de **Loiseau**, afin que

- ① Dans la base préliminaire, le point O et les sommets de la feuille sont alignés.
- ② De plus, les plis pétales s'aplatissent bien et sont à la même hauteur pour les deux ailes.

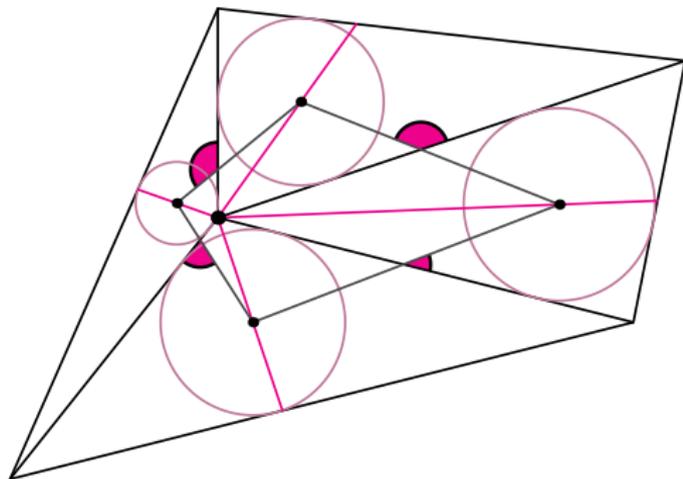
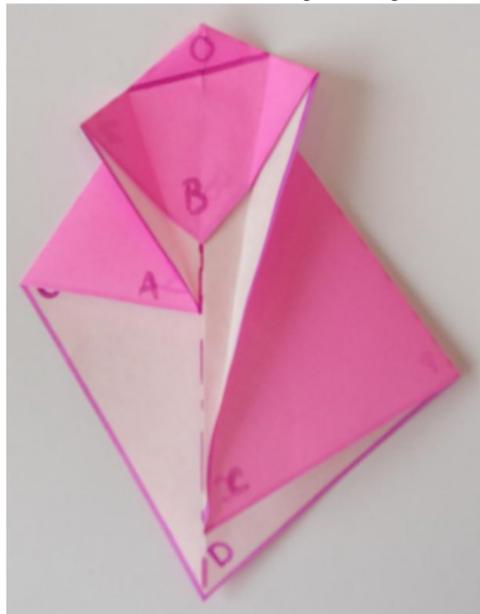
Est-il possible de construire ce point pour un quadrilatère convexe qui est alors appelé **base parfaite** selon Justin ?

## Condition 1 : base préliminaire



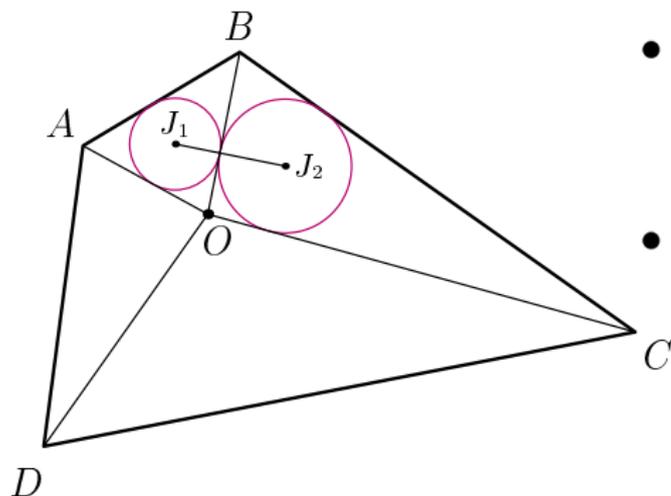
... toujours vérifiée.

## Condition 2 : plis pétales

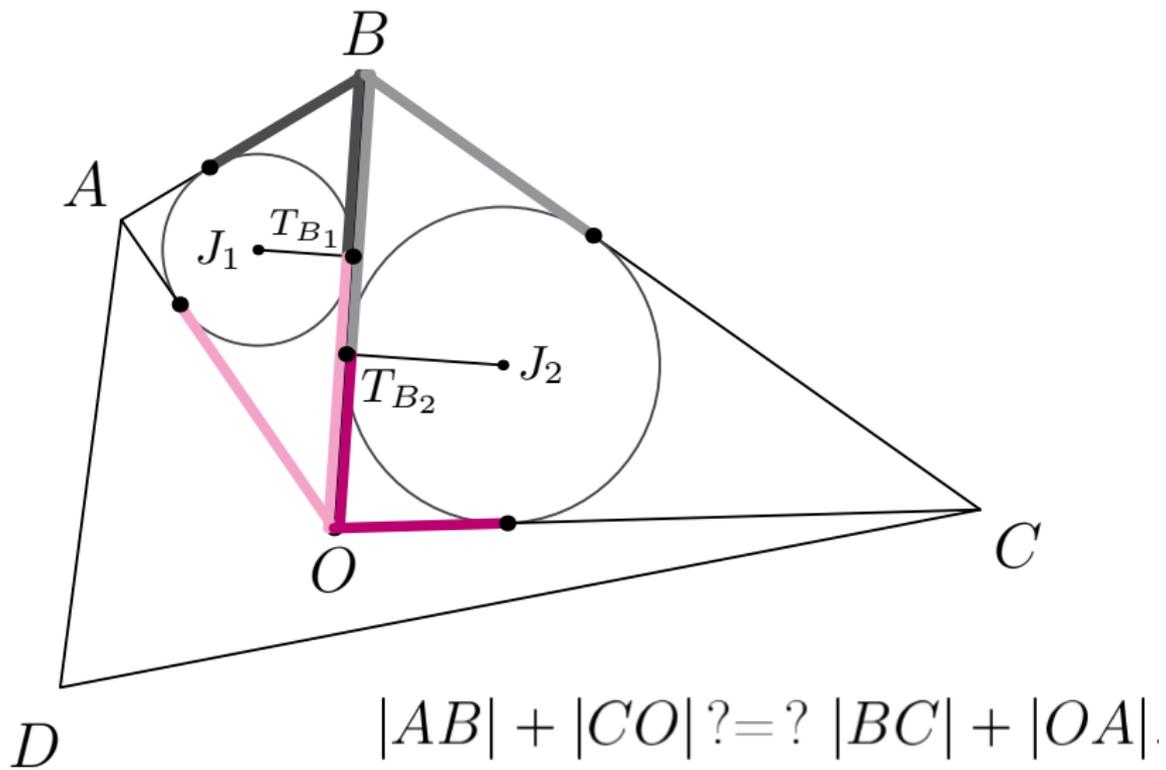


... les angles indiqués devraient être droits.

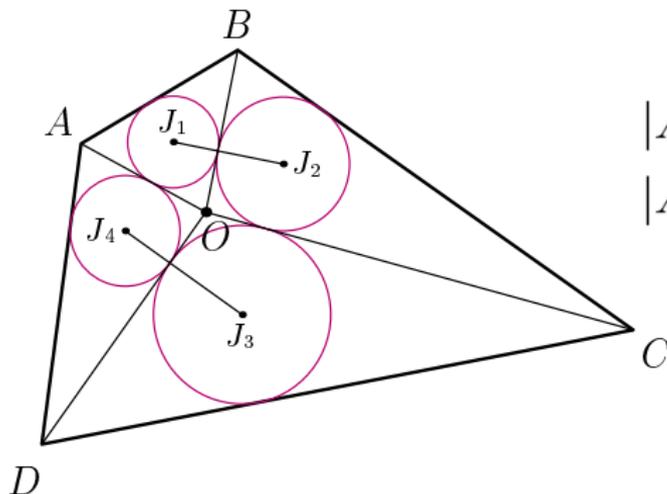
## Examen d'une « bonne charnière »



- Le pli charnière  $[J_1 J_2]$  est perpendiculaire à  $[OB]$ .
- Les points de contacts avec  $[OB]$  des cercles inscrits à  $OAB$  et  $OBC$  sont confondus.
- $|AB| + |CO| = |BC| + |OA|$ .



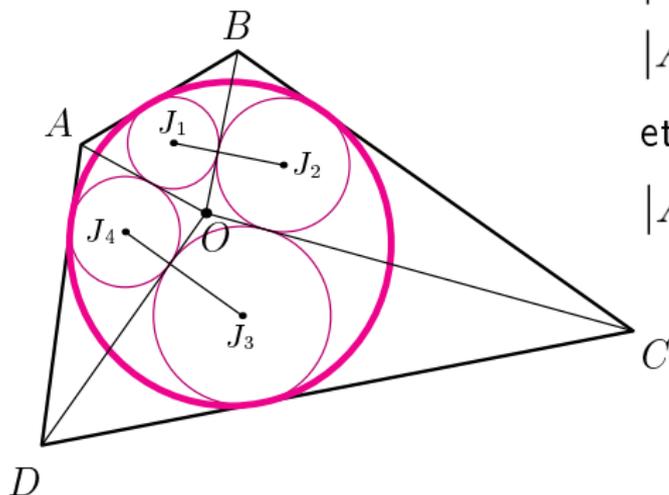
## Examen de deux charnières opposées



$$|AB| + |CO| = |BC| + |OA|$$

$$|AD| + |CO| = |DC| + |OA|$$

## Examen de deux charnières opposées



$$|AB| + |CO| = |BC| + |OA|$$

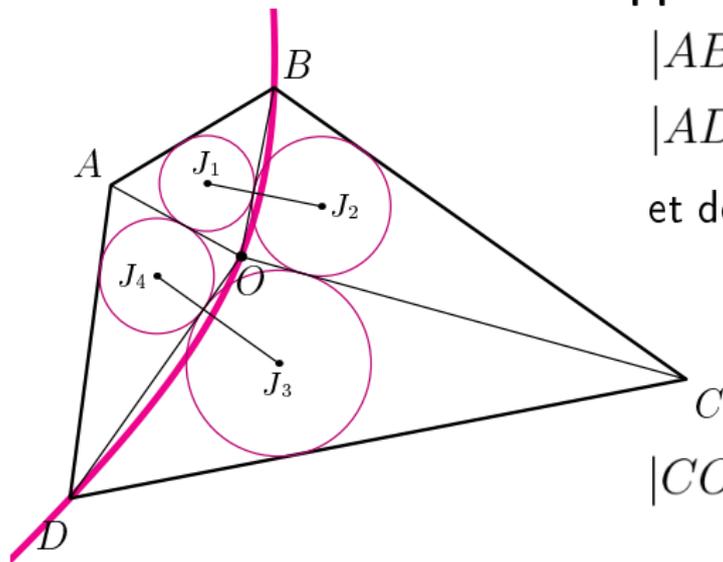
$$|AD| + |CO| = |DC| + |OA|$$

et donc

$$|AB| + |DC| = |BC| + |AD|$$

-> Le quadrilatère  $ABCD$  est circonscriptible à un cercle.

## Examen de deux charnières opposées



$$|AB| + |CO| = |BC| + |OA|$$

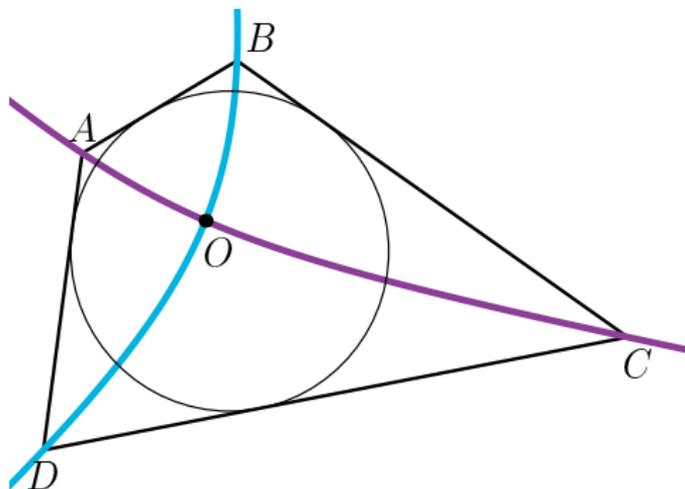
$$|AD| + |CO| = |DC| + |OA|$$

et donc

$$\begin{aligned} |CO| - |OA| &= |BC| - |AB| \\ &= |DC| - |AD| \end{aligned}$$

-> Le point  $O$  est sur une branche d'hyperbole.

## Construction du point $O$



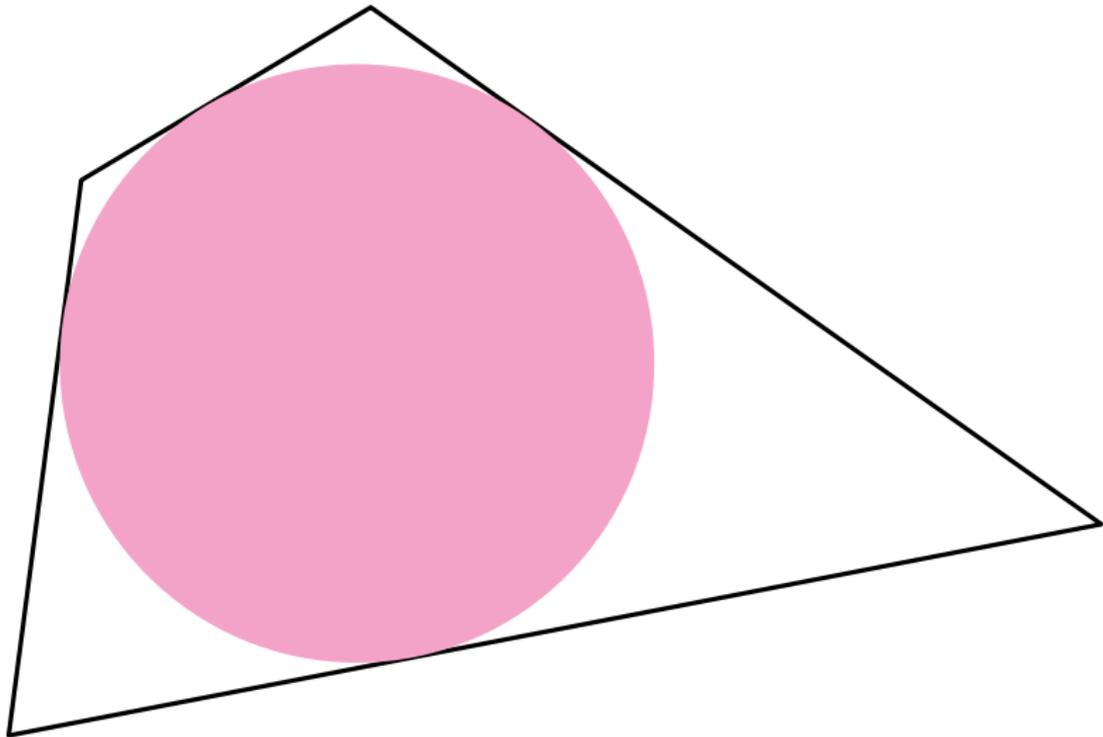
Une branche d'hyperbole  
de foyers  $A$  et  $C$   
passant par  $B$  et  $D$

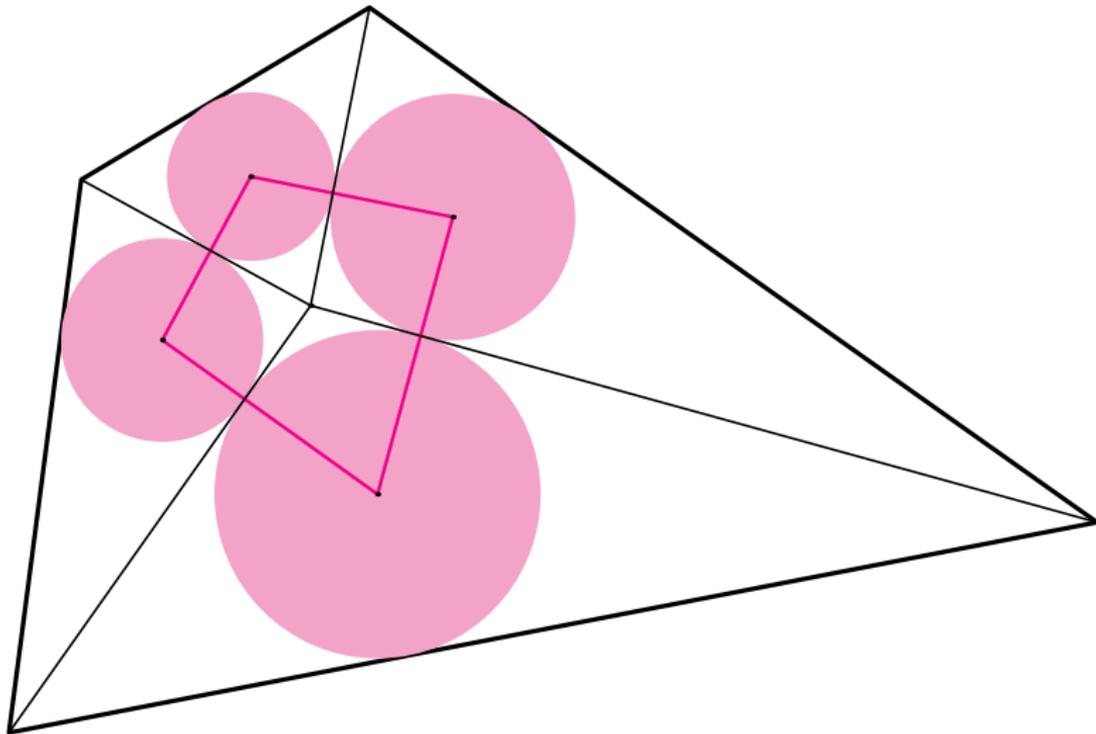
et

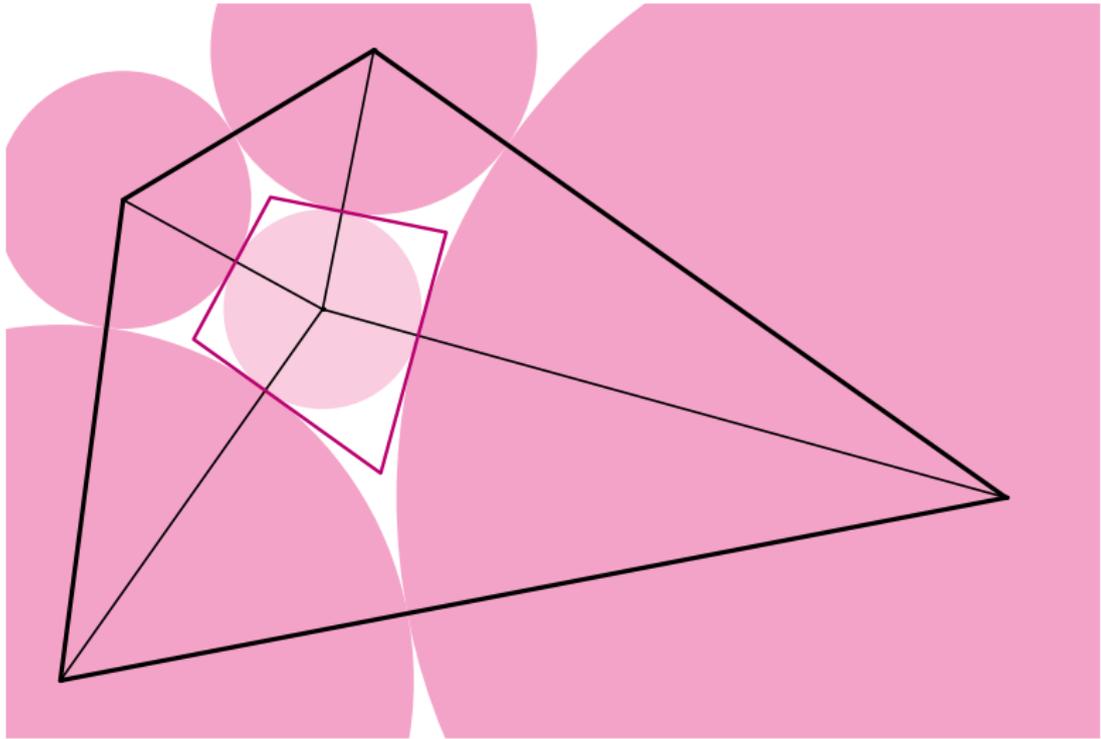
une branche d'hyperbole  
de foyers  $B$  et  $D$   
passant par  $A$  et  $C$

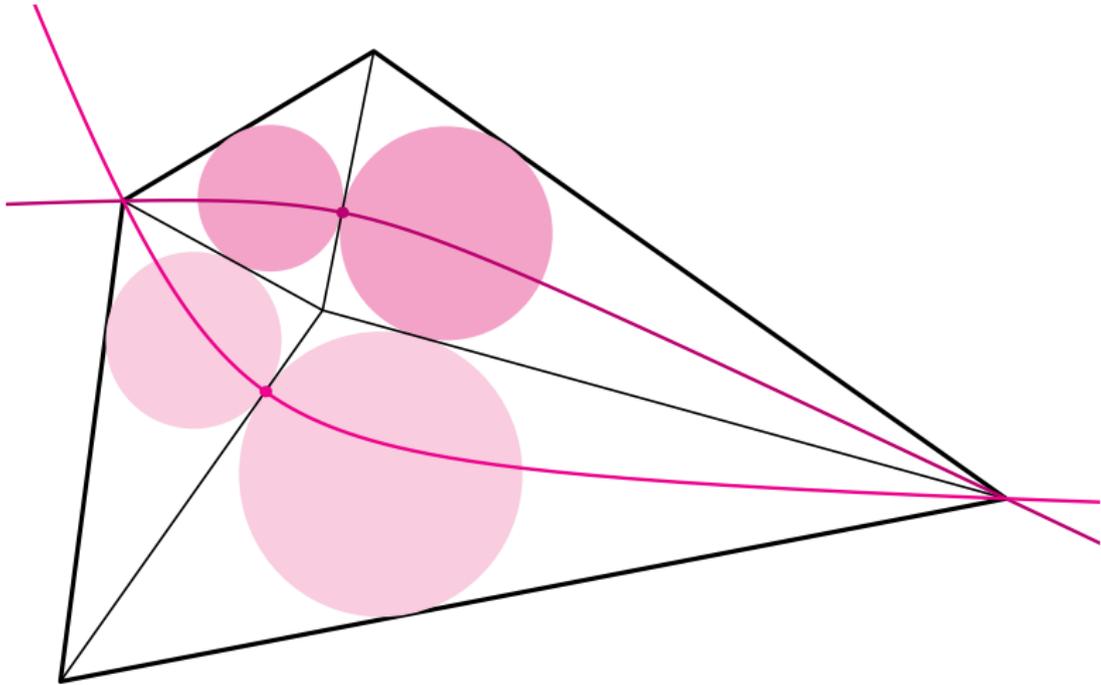
## Opportunité pour

- susciter l'intérêt des élèves
- utiliser le vocabulaire et les notions mathématiques
  - diagonale, médiane, bissectrice, axe de symétrie
  - tangente à un cercle
  - cercle inscrit (à un polygone convexe)
  - hyperbole
- généraliser, explorer des situations avec un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer, démontrer, ...









## Références

Justin, 1987. *Aspects mathématiques du pliage de papier*.  
L'ouvert, N°47, 1-14.

Justin, 1994. *Mathematical remarks about origami bases*.  
Symmetry : Culture and Science, Vol 5, N°2, 153-165.

Ninove, Wettendorff & Al., 2016 (17). *Variations à partir d'un oiseau en origami (Partie 1 (2))*, Losanges, n° 35 (36), 3-10.

Tougne, 1983. *Jeux Mathématiques - L'art mineur des origamis et la plus belle des sciences : la géométrie*, Pour la science, N°64, 113-119.

Tougne, 2008. *Les joies du pliage*, Pour la science, dossier N°59, 68-74.

Des pliages en classe de mathématiques -  
<http://origamimaths.blogspot.be/>

Groupe d'Enseignement Mathématique -  
<http://www.gem-math.be/>



Merci pour votre attention  
et votre participation, des questions ?